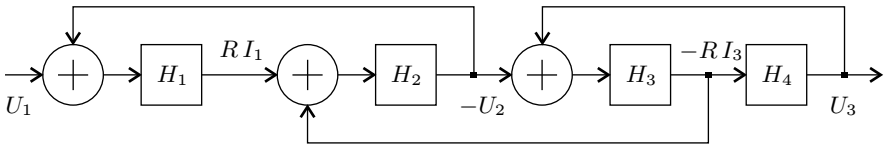


Abychom se vyhnuli užití diferenčních sumátorů, je vhodné soustavu rovnic (5.77) upravit následujícím způsobem

$$\begin{aligned} R I_1 &= \frac{R}{R_1 + pL_1}(U_1 + (-U_2)), & -U_2 &= -\frac{1}{pC_2 R}(R I_1 + (-R I_3)), \\ -R I_3 &= \frac{R}{pL_3}(U_3 + (-U_2)), & U_3 &= -\frac{1}{R(pC_4 + 1/R_2)}(-R I_3). \end{aligned} \quad (5.78)$$

Výsledné schéma realizace je uvedeno na obr.5.39, ve kterém integrátory mají dílčí přenosy

$$H_1 = \frac{R}{R_1 + pL_1}, \quad H_2 = -\frac{1}{pC_2 R}, \quad H_3 = \frac{R}{pL_3}, \quad H_4 = -\frac{1}{R(pC_4 + 1/R_2)}. \quad (5.79)$$



Obrázek 5.39: Modifikovaná Leap-frog struktura

Obecnější přístup i pro realizace pásmových propustí lze nalézt v pracích [38], [39], [32].

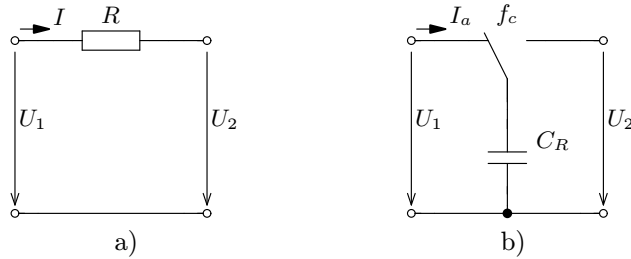
### 5.2.5. Filtry se spínanými kapacitami

Filtry se spínanými kapacitami umožňují mikroelektronickou realizaci analogového filtru na jednom čipu<sup>9</sup>. V moderních mikroelektronických technologiích je problematická realizace i samotných rezistorů. Problém spočívá i v tom, že rezistory nelze jednoduše integrovat s dostatečnou přesností a reprodukovatelností. Omezení vyplývají také z relativně velkého objemu, který rezistory zaujímají na čipu a nelineární závislosti jejich odporu na přiloženém napětí. Rezistorům se můžeme vyhnout aplikací obvodů se spínanými kapacitami (SC). Obvody SC jsou založeny na poznatku, že periodicky přepínaný kapacitor může simulovat chování rezistoru. Na obr.5.40a je naznačen rezistor  $R$  zapojený mezi dvě různá napětí  $U_1$  a  $U_2$ . Rezistorem bude podle Ohmova zákona procházet proud

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R}. \quad (5.80)$$

Obr.5.40b znázorňuje ekvivalentní zapojení se spínaným kapacitorem  $C_R$ . Kapaci-

<sup>9</sup>První obvody, realizované technologií NMOS, uvedla na trh firma INTEL počátkem osmdesátých let při realizaci účastnického kodeku telekomunikačního systému.



Obrázek 5.40: Simulace rezistoru spínaným kapacitorem

tor je střídavě přepínán na napětí  $U_1$  a  $U_2$ . Rychlost přepínání je dána hodinovým (taktovacím) kmitočtem  $f_c$ . Během první poloviny spínací periody, kdy je kapacitor připojen k napětí  $U_1$ , se na kapacitoru vytvoří náboj o velikosti

$$Q_1 = C_R U_1. \quad (5.81)$$

V druhé polovině spínací periody je kapacitor připojen k napětí  $U_2$ , čímž se změní hodnota náboje na

$$Q_2 = C_R U_2. \quad (5.82)$$

V čase jedné periody  $T = 1/f_c$  tak dojde ke změně náboje

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = C_R (U_1 - U_2). \quad (5.83)$$

Podíl  $\Delta Q/T$  pak udává průměrný proud  $I_a$ , který projde za jednu periodu

$$I_a = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{C_R (U_1 - U_2)}{T}. \quad (5.84)$$

Ekvivalentní odpor  $R_{eq}$  přepínaného kapacitoru je pak dán vztahem

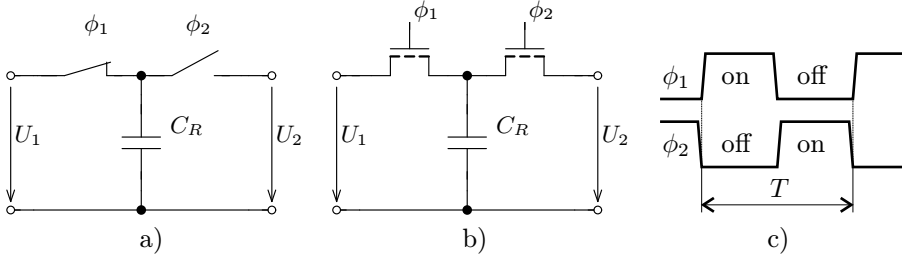
$$R_{eq} = \frac{U_1 - U_2}{I_a} = \frac{T}{C_R} = \frac{1}{f_c C_R}. \quad (5.85)$$

Z rovnice(5.85) vyplývají dvě důležité vlastnosti SC obvodů:

1. Velikost  $R_{eq}$  je možné měnit změnou hodinového kmitočtu. Tím je umožněna snadná přeladitelnost SC filtrů.
2. Velikost  $R_{eq}$  je nepřímo úměrná velikosti kapacity přepínaného kapacitoru. To znamená, že velikosti časových konstant ve filtru budou záviset na podílu kapacit dvou kapacitorů (a samozřejmě na hodinovém kmitočtu), jak ukazuje následný vztah

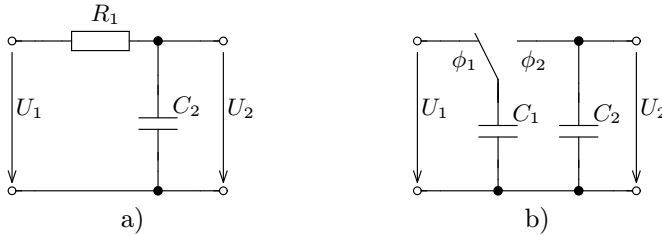
$$\tau = RC \rightarrow \tau = \frac{C}{f_c C_R}. \quad (5.86)$$

Uvedená vlastnost je velmi výhodná. Pokud bude SC filtr součástí monoliticky integrované struktury, oba kapacitory budou realizovány stejnou technologií. Lze předpokládat, že se technologické odchylky (tolerance) projeví stejným způsobem v hodnotách kapacit obou kapacitorů. Protože jsou v poměru, jejich tolerance se jen málo uplatní na konečných hodnotách časových konstant filtru.



Obrázek 5.41: Praktická realizace spínaného kapacitoru

Na obr.5.41a je ukázána praktická realizace spínaného kapacitoru. Přepínač je nahrazen dvojicí spínačů, které jsou ovládány dvoufázovým spínacím signálem podle obr.5.41c. U hodinového signálu je třeba zajistit, aby se fáze  $\phi_1$  a  $\phi_2$  vzájemně nepřekrývaly a nemohlo tak dojít k současnému sepnutí obou spínačů. Ve skutečnosti jsou spínače realizovány tranzistory MOS FET, jak je schematicky naznačeno na obr.5.41b.<sup>10</sup> Na obr.5.42 je znázorněna ukázka realizace integračního článku obvo-



Obrázek 5.42: Spojitý a spínaný integrační RC článek

dem SC. Výchozí zapojení je na obr.5.42a, jeho přenosová funkce má tvar

$$\frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{p R_1 C_2 + 1}. \quad (5.87)$$

Na obr.5.42b je uvedena jeho realizace spínaným kapacitorem. Aplikací vztahu (5.85) pro vyjádření ekvivalentního odporu získáme přenosovou funkci SC obvodu

$$\frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{p \frac{C_2}{f_c C_1} + 1}. \quad (5.88)$$

Užitý vztah pro vyjádření ekvivalentního odporu je jen přibližnou aproximací skutečného chování spínaného prvku. Platí za podmínky, že hodinový kmitočet je mnohem vyšší než maximální kmitočet zpracovávaného analogového signálu SC filtrem (více než 100x). Přesnější vyjádření skutečného chování SC obvodu vyplývá z úvahy, že v ideálním případě dochází u SC obvodu ke změně stavu pouze v okamžicích sepnutí spínačů a SC obvod vlastně pracuje se vzorky signálu, podobně

<sup>10</sup>V technologii CMOS je spínač realizován dvojicí komplementárních tranzistorů PMOS a NMOS.

jako číslicový filtr<sup>11</sup>. K popisu chování obvodu je možné využít zákona o zachování náboje. Pro obvod na obr. 5.42b lze napsat soustavu diferenčních rovnic

$$C_2 u_{2,\phi_1}(n) = C_2 u_{2,\phi_2}(n-1), \quad (5.89)$$

$$(C_1 + C_2) u_{2,\phi_2}(n) = C_1 u_{1,\phi_1}(n) + C_2 u_{2,\phi_1}(n). \quad (5.90)$$

První rovnice ukazuje, že během fáze  $\phi_1$  je na kapacitoru  $C_2$  zachován náboj, který se zde vytvořil ve fázi  $\phi_2$  v předchozí periodě hodinového kmitočtu. Kapacitor  $C_1$  je připojen přímo ke zdroji vstupního napětí a proto se na něm vytvoří náboj úměrný pouze velikosti tohoto napětí. Druhá rovnice ukazuje, že během fáze  $\phi_2$  se sečtou náboje na kapacitorech  $C_1$  a  $C_2$  a výsledné napětí na paralelní kombinaci kapacitorů vynásobené součtem kapacit musí být rovno součtu nábojů, které byly na kapacitorech před jejich spojením, tedy během fáze  $\phi_1$ . Z rovnice (5.89) je možné dosadit do rovnice (5.90). Získáme tak rovnici

$$(C_1 + C_2) u_{2,\phi_2}(n) = C_1 u_{1,\phi_1}(n) + C_2 u_{2,\phi_2}(n-1),$$

na kterou je možné aplikovat  $\mathcal{Z}$ -transformaci

$$(C_1 + C_2) U_{2,\phi_2}(z) = C_1 U_{1,\phi_1}(z) + C_2 z^{-1} U_{2,\phi_2}(z),$$

která převede diferenční rovnici na algebraickou. Z ní je možné vyjádřit přenosovou funkci SC obvodu ve tvaru

$$\frac{U_{2,\phi_2}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 (1 - z^{-1})}, \quad (5.91)$$

kde  $U_{1,\phi_1}$  značí vstupní napětí ve fázi  $\phi_1$  a  $U_{2,\phi_2}$  značí výstupní napětí ve fázi  $\phi_2$ . Přenosová funkce do fáze  $\phi_1$  bude mít tvar

$$\frac{U_{2,\phi_1}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = \frac{C_1 z^{-1}}{C_1 + C_2 (1 - z^{-1})}, \quad (5.92)$$

kde  $U_{2,\phi_1}$  značí výstupní napětí ve fázi  $\phi_1$ , protože z rovnice (5.89) vyplývá, že

$$U_{2,\phi_1}(z) = z^{-1} U_{2,\phi_2}(z).$$

Předchozí rovnice můžeme transformovat do roviny  $p$  substitucí

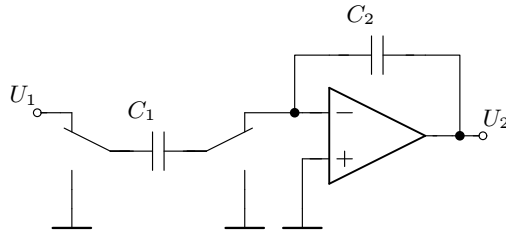
$$z = e^{pT}.$$

Rovnice (5.91) přejde na tvar

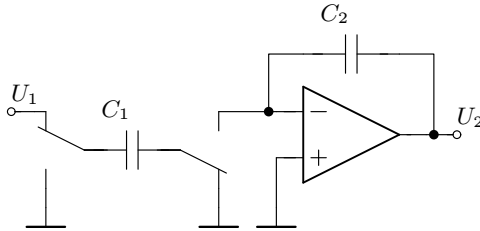
$$\frac{U_{2,\phi_2}(p)}{U_{1,\phi_1}(p)} = \frac{C_1}{C_1 + C_2 (1 - e^{-pT})} = \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} (1 - e^{-pT})} \approx \frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} pT}. \quad (5.93)$$

Z této rovnice je zřejmé, že obvod na obr. 5.42b aproximuje chování obvodu na obr. 5.42a pouze pro dostatečně velký hodinový kmitočet, jak bylo uvedeno výše.

<sup>11</sup>Při analýze idealizovaného chování SC obvodu se vychází z předpokladu, že v obvodu jsou ideální spínače s nulovým odporem v sepnutém stavu a nekonečným odporem v rozepnutém stavu. Potom dochází ke změně stavu obvodu pouze v okamžicích sepnutí spínačů a proudy v obvodu mají charakter Diracových impulsů (napětí na kapacitorech se mění skokově).



Obrázek 5.43: SC invertující integrátor



Obrázek 5.44: SC neinvertující integrátor

Na obr. 5.43 je znázorněno zapojení invertujícího SC integrátoru, které používá sériové zapojení spínaného kapacitoru. Pro zapojení je možné odvodit předchozím postupem přenosovou funkci danou vztahem

$$\frac{U_{2,\phi_1}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = -\frac{C_1}{C_2(1-z^{-1})}. \quad (5.94)$$

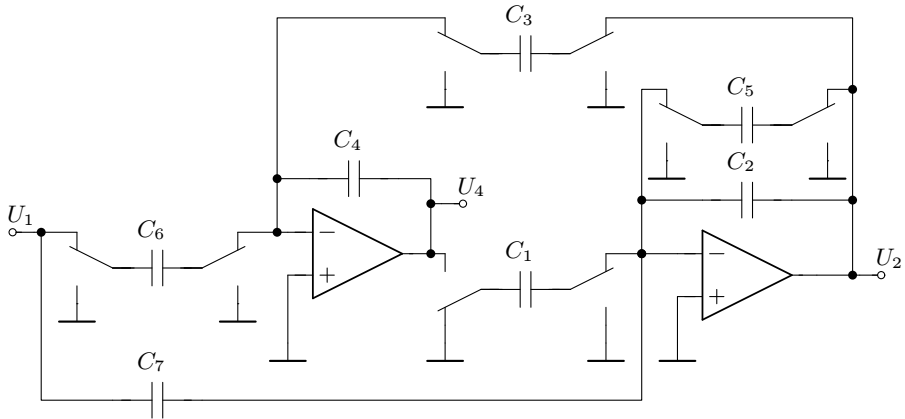
Obr. 5.44 uvádí zapojení neinvertujícího SC integrátoru. Změna z invertujícího integrátoru na neinvertující byla provedena pouhou změnou fázování dvou spínačů. Zapojení má přenosovou funkci

$$\frac{U_{2,\phi_1}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = \frac{C_1 z^{-1}}{C_2(1-z^{-1})}. \quad (5.95)$$

Vhodnou kombinací SC integrátorů je možné realizovat přenosové funkce vyšších řádů, jak bude ukázáno v následujícím příkladu.

### Příklad 5.11

Obvodem SC na obr. 5.45 realizujte dolní propust s parametry vyjádřenými tolerančním schématem:  $f_p = 4 \text{ kHz}$ ,  $f_s = 12 \text{ kHz}$ ,  $a_p = 1 \text{ dB}$ ,  $a_s = 30 \text{ dB}$ . Hodinový kmitočet řízení spínačů bude  $f_c = 40 \text{ kHz}$ . Použijte Cauerovu aproximaci. Nejmenší hodnotu kapacitoru volte  $1 \text{ pF}$ .



Obrázek 5.45: SC dolní propust 2. řádu (Cauer)

Řešení:

Řešením aproximační úlohy a bilineární transformací (postupem uvedeným v následující kapitole věnované návrhu číslicových filtrů) lze získat přenosovou funkci

$$H(z) = \frac{0,173\,814\,z^2 + 0,200\,805\,z + 0,173\,814}{1,914\,73\,z^2 - 2,299\,38\,z + 1,0}. \quad (5.96)$$

Analýzou zapojení na obr. 5.45 lze dospět k přenosové funkci

$$\frac{U_{2,\phi_1}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = -\frac{C_7 C_4 z^2 + (C_6 C_1 - 2 C_7 C_4) z + C_7 C_4}{(C_4 C_5 + C_2 C_4) z^2 + (C_1 C_3 - C_4 C_5 - 2 C_2 C_4) z + C_2 C_4}, \quad (5.97)$$

kteřá platí za předpokladu, že SC obvod bude na vstupu buzen z výstupu SH (sample and hold) obvodu<sup>12</sup>. SC obvod není nutné analyzovat ručně, ale je možné použít vhodný program pro symbolickou analýzu SC obvodů např. [5, 7]. Návrh SC obvodu začíná volbou hodnot kapacitorů  $C_1 = C_2 = C_4 = 1\text{ pF}$ , čímž se zjednoduší funkce (5.97) na tvar

$$\frac{U_{2,\phi_1}(z)}{U_{1,\phi_1}(z)} = -\frac{C_7 z^2 + (C_6 - 2 C_7) z + C_7}{(C_5 + 1) z^2 + (C_3 - C_5 - 2) z + 1}. \quad (5.98)$$

Porovnáním funkcí (5.96) a (5.98) lze získat soustavu čtyř rovnic o čtyřech neznámých

$$C_5 + 1 = 1,914\,73, \quad (5.99)$$

$$C_3 - C_5 - 2 = -2,299\,38, \quad (5.100)$$

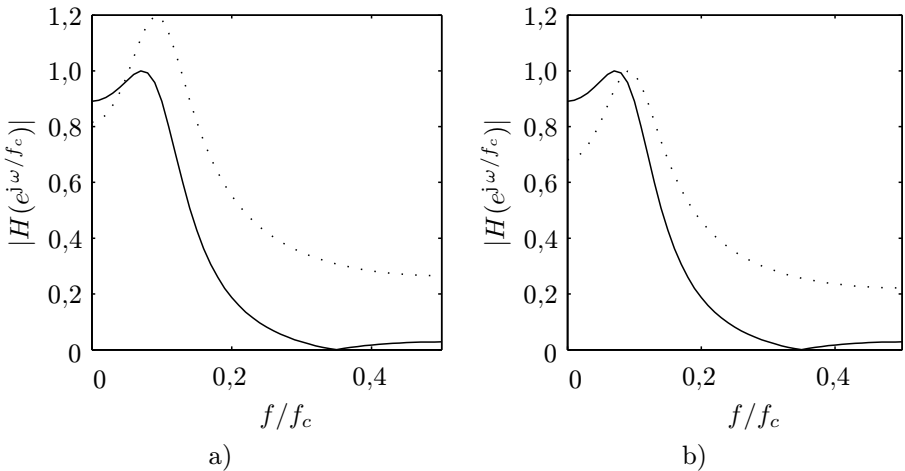
$$C_7 = 0,173\,814, \quad (5.101)$$

$$C_6 - 2 C_7 = 0,200\,805, \quad (5.102)$$

<sup>12</sup>SH obvod na začátku periody hodinového signálu odebere vzorek vstupního napětí a tuto hodnotu udržuje na výstupu po celou dobu jedné periody.

kde hodnoty kapacitorů budou v pF. Řešením soustavy obdržíme hodnoty kapacit zbývajících kapacitorů:  $C_5 = 0,9147$  pF,  $C_3 = 0,6154$  pF,  $C_7 = 0,1738$  pF,  $C_6 = 0,5484$  pF. Po dosažení těchto hodnot do funkce (5.97) případně (5.98) je možné porovnat výsledek s výchozí přenosovou funkcí (5.96) a tím ověřit správnost výpočtu. Na obr. 5.46a je zobrazena modulová charakteristika SC filtru pro výstup  $U_2$  plnou čarou a pro výstup  $U_4$  tečkovanou čarou. Z grafu je vidět, že maximum nastává u obou charakteristik při jiné úrovni. Uvedený návrh není optimální z hlediska dynamických poměrů a je nutno návrh vhodným způsobem korigovat tak, aby obě maxima měla stejnou úroveň. Výpočtem byly určeny následující hodnoty maxim a jejich podíl

$$U_{2,\max} = 1, \quad U_{4,\max} = 1,197, \quad \mu = \frac{U_{2,\max}}{U_{4,\max}} = 0,8351.$$



Obrázek 5.46: Modulová charakteristika SC filtru

Úroveň maxima modulové charakteristiky pro výstup  $U_4$  je možné korigovat změnou hodnot kapacitorů podle následujícího předpisu

$$C_1, C_4 \longrightarrow \frac{C_1}{\mu}, \frac{C_4}{\mu}.$$

Výše uvedená změna neovlivní úroveň maxima modulové charakteristiky pro výstup  $U_2$ . Průběh modulových charakteristik po provedené korekci je ukázán na obr. 5.46b. Nakonec zbývá upravit hodnoty kapacitorů takový způsobem, aby nejmenší hodnota kapacitoru měla předepsanou hodnotu 1 pF:  $C_1 = 6,89$  pF,  $C_2 = 5,75$  pF,  $C_3 = 3,54$  pF,  $C_4 = 6,89$  pF,  $C_5 = 5,26$  pF,  $C_6 = 3,16$  pF,  $C_7 = 1$  pF. Podrobněji je postup návrhu uveden v publikaci [3], ve které je uveden i postup minimalizace počtu spínačů v navrhovaném SC obvodu.

